УДК 536.531

В.В. Гуреев, С.Г. Русанов

КОМПЕНСАЦИЯ САМОНАГРЕВА ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ТЕРМОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИХ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

В данной работе предлагается и анализируется метод компенсации ошибки измерения температуры, вызванной самонагревом чувствительного элемента термопреобразователя сопротивления. В основе метода лежит периодическая параметрическая идентификация дискретной модели термопреобразователя сопротивления, которая определяет температуру чувствительного элемента в дискретные моменты времени в зависимости от значений температуры чувствительного элемента, температуры среды и значений мощности тепловыделений на чувствительном элементе в предыдущие моменты времени. Поставлены как численный, так и натуральный эксперименты.

Термопреобразователь сопротивления, чувствительный элемент, самонагрев, дискретная модель, метод наименьших квадратов

V.V. Gureyev, S.G. Rusanov

METHOD OF ELIMINATING ERRORS DUE TO SELF-HEATING EFFECTS IN RTD BASED ON A DISCRETE TIME MODEL

A new method of eliminating errors due to self-heating effects in RTDs is proposed and analyzed. The method is based on recurrent estimation of discrete time model parameters. The model describes the current sensor temperature sample due to the temperature samples of a sensor and medium *measured previously at the same time as power dissipation is applied. Numerical and physical experiments were carried out.*

RTD, sensor, self-heating, discrete time model, least-squares method

Принцип измерения температуры с помощью термопреобразователей сопротивления (ТС) подразумевает прохождение электрического тока через их чувствительный элемент (ЧЭ), что приводит к нагреву чувствительного элемента и возникновению дополнительной ошибки измерения температуры [1-3]. В значительной степени данная проблема возникает при эталонных измерениях температуры.

На сегодняшний день существуют стационарные методы оценки величины самонагрева ЧЭ термопреобразователей. Один из наиболее известных экспериментальных методов оценки заключается в проведении двух измерений температуры при разных значениях тока возбуждения ЧЭ [1,3]. Недостатком определения величины самонагрева ЧЭ данным методом является необходимое требование стационарности процесса теплообмена между ЧЭ и средой в течение всего времени измерения. Разработка методов компенсации самонагрева ЧЭ ТС в условиях изменяющейся температуры ЧЭ опирается, прежде всего, на математическую модель ТС, адекватно описывающую изменение температуры ЧЭ ТС в зависимости от температуры среды и мощности тепловыделений на ЧЭ.

Дискретная модель термопреобразователя сопротивления

Довольно часто динамические свойства ТС описывают с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений [1,3,4], которые в компактной форме можно представить в матричной форме:

$$\frac{d\mathbf{T}}{dt} = \mathbf{AX} + \mathbf{BU},\ T_s = \mathbf{CT},\ (1)$$

где $\mathbf{T} = (t_1, t_2,...,t_\mu)^{\mathrm{T}}$ – вектор переменных состояния размером μ, $\mathbf{U}$ – вектор возмущений размером γ, $\mathbf{A}$ – матрица коэффициентов размером $\mu\times\mu$, $\mathbf{B}$ – матрица коэффициентов размером $\mu\times\gamma$, $\mathbf{C}$ – матрица коэффициентов размером $1\times\mu$, T_s – температура ЧЭ, τ – время. Элементами вектора состояния $\mathbf{X}$ являются средние температуры макроэлементов, на которые условно разбит ТС. Вектор возмущений $\mathbf{U}$ является двухкомпонентным: $\mathbf{U} = (P(\tau), T_m(\tau))^{\mathrm{T}}$, где $P(\tau)$ –мощность тепловыделений на ЧЭ, $T_m(\tau)$ –температура окружающей среды.

Несмотря на то, что непрерывная модель (1) является упрощенной моделью термопреобразователя, ее идентификация и применение в большинстве задач являются затруднительными, поскольку регистрация температуры ЧЭ T_s происходит в дискретные моменты времени. Для того чтобы получить модель ТС, описывающую температуру ЧЭ T_s в дискретные моменты времени, необходимо провести процедуру дискретизации непрерывной модели (1). Один из способов дискретизации непрерывной линейной модели предполагает следующие допущения: 1) интервал по времени между дискретными отсчетами постоянен и равен h; 2) для внешних воздействий используется экстраполятор нулевого порядка, то есть между дискретными отсчетами все воздействия остаются постоянными. Второе допущение для модели (1) означает следующие условия:

$$P(t) = P_n = const,\ T_m(t) = T_{mn} = const,\ nh \le t < (n+1)h,\ (2)$$

где n – дискретное время (номер отсчета). Используя точное решение модели (1), определяющее состояние модели в момент времени τ по известному состоянию модели в момент времени τ_0

$$\mathbf{T}(t) = \exp(\mathbf{A}(t - t_0))\mathbf{T}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \exp(\mathbf{A}(t - x))\mathbf{BU}(x)dx$$

и с учетом допущений (2) можно получить дискретную модель ТС, записанную в форме Коши:

$$\mathbf{T}_{n+1} = \mathbf{\Phi T}_n + \mathbf{RU}_n,\ T_{s\,n} = \mathbf{CT}_n,\ (3),$$

где $\mathbf{T_n}$ **и** $\mathbf{U_n}$ – вектора переменных состояния и возмущения в момент времени *n*, T_{sn} **–** темпертаура ЧЭ в момент времени *n*. Следует отметить, что дискретная модель (3) с учетом условий (2) будет с той же точностью, что и непрерывная модель (1), определять значения температуры T_s в моменты времени *nh*.

Существует метод [5], позволяющий преобразовать модель, записанную в форме Коши в модель, записанную в форме «вход-выход», в которой отсутствуют переменные состояния, не поддающиеся прямому измерению. Можно показать, что результатом такого преобразования дискретной модели (3) будет дискретная модель, имеющая следующую структуру:

$$T_{s\,n} = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i T_{s\,n-i} + b_i P_{n-i} + c_i T_{m\,n-i} \right),\ (4)$$

где a_i, b_i, c_i – постоянные коэффициенты. В том случае, если температура среды T_m постоянна, то разностное уравнение (4) упрощается:

$$T_{s\,n} = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i T_{s\,n-i} + b_i P_{n-i} \right) + dT_m .\ (5)$$

Легко убедиться в том, что коэффициент d связан с коэффициентами a_i следующим соотношением: $d = 1 - \sum_{i=1}^{m} a_i$. Для этого достаточно рассмотреть стационарный случай теплообмена, при котором $T_{sn} = T_s^* = const$, $P_n = P^* = const$ для любого n. Тогда темпертаура ЧЭ T_s^* будет выражаться через температуру среды T_{m} как

$$T_s^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} b_i}{1 - \sum_{i=1}^{m} a_i} P^* + \frac{d}{1 - \sum_{i=1}^{m} a_i} T_m$$

В силу линейности модели величина самонагрева ЧЭ не должна зависеть от температуры среды T_m, что гарантируется условием $d = 1 - \sum_{i=1}^{m} a_i$.

Поскольку температура среды T_m является неизвестной величиной в разностном уравнении (5) можно записать слагаемое dT_m в виде дополнительного параметра, обозначив его как Δ_T. Таким образом, получим следующую модель:

$$T_{s\,n} = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i T_{s\,n-i} + b_i P_{n-i} \right) + \Delta_T \,. \quad (6)$$

Зная коэффициенты модели a_i и Δ_T можно вычислить температуру среды по формуле

$$T_m = \frac{\Delta_T}{1 - \sum_{i=1}^{m} a_i} \,. \quad (7)$$

Оценка коэффициентов дискретной модели (6) относится к задаче параметрической идентификации систем по экспериментальным данным. При этом экспериментальными данными будут являться последовательность значений температуры ЧЭ, полученных в дискретные моменты времени, а также последовательность известных в дискретные моменты времени значений мощностей тепловыделений на ЧЭ. Модель ТС, записанная в виде разностного уравнения (6), относится к классу моделей, известных как «модели распределенного лага» [6]. Коэффициенты таких моделей допустимо оценивать с помощью метода наименьших квадратов (МНК) [6]. Причем параметры модели можно оценивать и по экспериментальным данным, полученным путем вариации мощности тепловыделений на ЧЭ, так как описано в [7] но для непрерывной модели ТС.

Полученная дискретная модель (6) для ТС и соотношение (7), определяющее «истинное» значение температуры среды, в которую помещен ТС, позволяют построить методику компенсации самонагрева ЧЭ ТС в условиях нестационарного теплообмена. Данная методика заключается в следующем.

1. ТС помещают в среду с постоянной температурой T_m.
2. В дискретные моменты времени скачкообразно меняют мощность тепловыделений на ЧЭ, например, переключая уровень измерительного тока, проходящего через ЧЭ. В эти же дискретные моменты времени регистрируют температуру ЧЭ путем измерения его сопротивления и расчета температуры по известной градуировочной характеристике.
3. На основе полученных экспериментальных данных с помощью МНК оценивают коэффициенты модели (6) и из соотношения (7) определяют «истинную» температуру среды.

Численный эксперимент

Поскольку измеряемые значения температуры ЧЭ содержат случайную составляющую, коэффициенты дискретной модели (6) будут определяться с некоторой погрешностью, даже если предложенная модель адекватно описывает изменение температуры ЧЭ в ТС. Это в свою очередь будет означать, что оценка температуры среды, определяемая через параметры данной модели по формуле (7), будет отличаться от «истинного» значения температуры среды. Очевидно, что точность компенсации самонагрева ЧЭ ТС будет зависеть от условий измерения температуры и характера изменения мощности тепловыделений на ЧЭ. С целью изучения точности компенсации самонагрева ЧЭ ТС предложенным метод был поставлен численный эксперимент.

Предположим, что динамические свойства ТС описываются дифференциальным уравнением первого порядка:

$$e\,\frac{dT_s(t\,)}{dt}+T_s(t\,)=T_m(t\,)+rP(t\,),\ (8)$$

где ε – показатель тепловой инерции ТС, с; ρ – полное термическое сопротивление ТС, К/Вт. При стационарном теплообмене, когда $\frac{dT_s(t\,)}{dt}=0$, температура чувствительного элемента будет отличаться от температуры среды на величину $\Delta T_s=T_s-T_m=rP$. Для определенности при проведении численного моделирования положим, что ε =1 с, ρ= 1 °С/Вт, $T_m(\tau)$ = $const$ = 0°С. Из-за наличия шумовых воздействий в измерительной аппаратуре температура ЧЭ будет регистрироваться с некой случайной составляющей, то есть значения температур, получаемые с помощью измерительной аппаратуры в дискретные моменты времени могут быть представлены как

$$T_n=T_{sn}+x\ ,$$

где ξ – случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением σ (СКО). Поскольку температура ЧЭ адекватно описывается моделью первого порядка (8), то порядок дискретной модели (6) также следует выбрать равным единице, то есть μ = 1. Пусть мощность тепловыделений на ЧЭ меняется скачкообразно в виде меандра:

$$P(t\,)=\begin{cases}1, & (n+M)h\le t\,<(n+2M)h;\\ 2, & nh\le t\,<(n+M)h,\end{cases}$$

где 2M – период меандра, h – временной шаг выборки значений температуры.

Оценки коэффициентов дискретной модели (6) определялись с помощью МНК по объему выборки N = 50 значений T_{sn} и P_n с шагом h = 0.1 с. Показателями эффективности МНК-оценивания параметров модели (6) для нахождения оценки температуры среды $\hat{T}_m$ являются смещение и ширина доверительного интервала оценки $\hat{T}_m$. Максимальная по абсолютной величине ошибка оценки $\hat{T}_m$ будет определяться как сумма абсолютных значений смещения и ширины доверительного интервала оценки, то есть :

$$\left|\Delta\hat{T}_m\right| = \left|E[\hat{T}_m] - T_m\right| + 2t_a D[\hat{T}_m],$$

где $E[\hat{T}_m]$ – математическое ожидание оценки $\hat{T}_m$, $D[\hat{T}_m]$ дисперсия оценки $\hat{T}_m$, величина t_a берется из таблицы распределения Стьюдента при числе степеней свободы ν и уровне значимости α = 1 – P (P – доверительная вероятность). Значения $E[\hat{T}_m]$ и $D[\hat{T}_m]$ оценивались по формулам:

$$E[\hat{T}_m] = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\hat{T}_{mi}\ ,\ D[\hat{T}_m] = \frac{1}{L-1}\sum_{i=1}^{L}(\hat{T}_{mi} - E[\hat{T}_m])^2\ ,\ L = 50.$$

Поскольку $D[\hat{T}_m]$ определялась по L дополнительным измерениям с одинаковыми условиями, то ν = L - 1.

Численное моделирование показало, что величина суммарной ошибки оценки температуры среды зависит как от среднеквадратического отклонения температуры ЧЭ σ, так и от периода переключения мощности тепловыделений на ЧЭ. Для удобства, значения ошибки и СКО нормированы на значение величины самонагрева ЧЭ – ρP при P= $const$ = 1, а период переключения мощности – на интервал выборки Nh. Зависимость относительной ошибки оценки температуры среды $d\hat{T}_m = \dfrac{\left|\Delta\hat{T}_m\right|}{rP}$ от отношения периода $2M$ переключения мощности к интервалу выборки Nh ($\Psi = 2M/(Nh)$) представлена на рисунке 1. Величина среднеквадратического отклонения (СКО) случайного воздействия устанавливалась на уровне 1% и 2% от величины самонагрева ЧЭ. Ширина доверительного интервала определялась для доверительной вероятности P = 0.95.

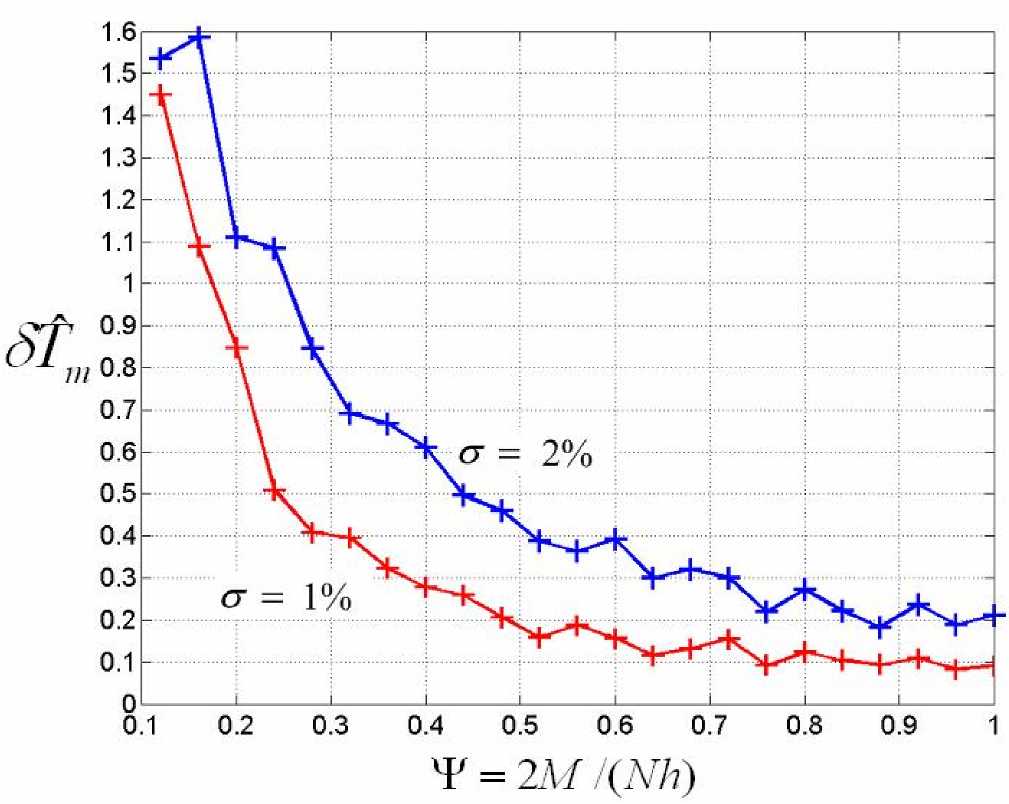

Рис. 1. Величина суммарной относительной ошибки оценки температуры среды.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы. Ошибка оценки температуры предложенным методом зависит от периода изменения мощности тепловыделений на ЧЭ термометра и стремится к минимальному значению при приближении данного периода к интервалу времени выборки значений температуры ЧЭ, по которым осуществляется идентификация дискретной модели.

Натурный эксперимент

Для апробации метода компенсации самонагрева ЧЭ, был создан экспериментальный макет, состоящий из сосуда Дьюара и эталонного цифрового термометра ТЦЭ-005/М2, разработанного специалистами НПП «Элемер» [8]. Внешний вид установки представлен на рисунке 2.

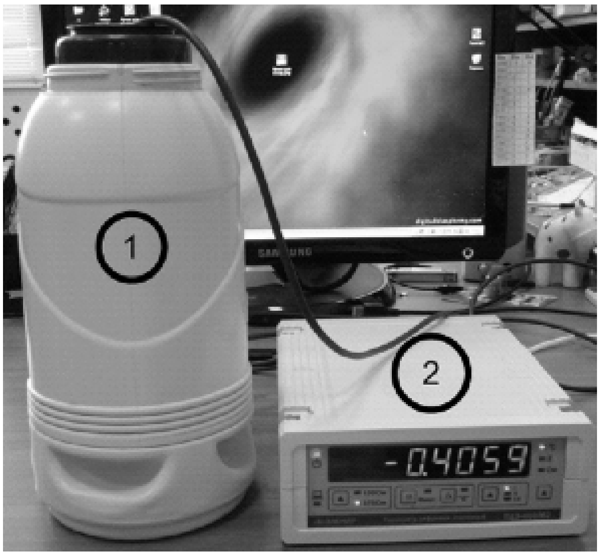

Рис. 2. Экспериментальный макет. На рисунке изображены:
1 – сосуд Дьюара; 2 – эталонный цифровой термометр ТЦЭ-005/М2.

ТЦЭ-005/М2 предназначен для измерения температуры и сопротивления термометров сопротивления платиновых (ТСП) по ГОСТ Р 8.625-2006 (ГОСТ 6651-94) и МЭК 751-85, термометров сопротивления платиновых вибропрочных (ПТСВ-1, ПТСВ-2, ПТСВ-3, ПТСВ-4, ПТСВ-5) по ТУ 4211-041-13282997-2002, а также ТСП с индивидуальными статическими характеристиками (ИСХ). ТЦЭ-005/М2 имеет 2 канала измерения. Предел допускаемой основной абсолютной погрешности измерения сопротивления ТС – ±0,0003 Ом; предел допускаемой основной абсолютной погрешности измерения температуры –±0,002 °С. Значения измеренной температуры могут передаваться компьютеру по интерфейсу RS-232.

ТЦЭ-005/М2 был модернизирован специально для проведения эксперимента с целью реализации возможности переключения уровня измерительного тока с 1 мА на 1.3 мА. Обновление измеряемой величины происходит с периодом h = 0.6 с.

Целью эксперимента являлась проверка метода компенсации самонагрева ЧЭ ТС при постоянной температуре среды и плохом тепловом контакте ЧЭ со средой. Постоянная температура среды, равная 0 °С, поддерживалась в термостате, представляющем собой сосуд Дьюара, наполненный мелко измельченной ледяной массой. В термостат помещался ТС, конструктивно выполненный в виде стеклянной колбы и помещенного в нее ЧЭ типа Pt-100. Поскольку между стенками ТС и ЧЭ содержится воздушная прослойка, то термическая проводимость между ЧЭ и средой низкая, по сравнению с типичными конструкциями ТС.

При включении измерительного тока, проходящего через резистивный ЧЭ, его температура начинает увеличиваться по отношению к температуре среды и приближается к стационарному значению при условии постоянства температуры среды и постоянства мощности тепловыделений на ЧЭ. Согласно общепринятой методике, экспериментально температура среды определяется на основе двух измерений стационарной температуры ЧЭ при разных мощностях тепловыделений на ЧЭ. С хорошей точностью можно использовать следующую формулу для расчета температуры среды:

$$T_m = T_{s1} - (T_{s2} - T_{s1}) \frac{I_1^{\,2}}{I_2^{\,2} - I_1^{\,2}}, \quad (9)$$

где T_{s1}, T_{s2} – стационарные температуры ЧЭ при измерительных токах I_1 и I_2 соответственно. Путем тестового переключения уровня измерительного тока были получены некоторые величины, значения которых приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Тип величины	Значения
Шаг квантования *h*, с	0.6
T_{s1}, °С	-0.044
T_{s2}, °С	-0.032
I_1, мА	1
I_2, мА	1.3

Величина самонагрева при токе I_1 , вычисленная по формуле (9), °C	0.017
T_m вычисленная по формуле (9), °C	-0.061
Показатель тепловой инерции ТС, с	18
СКО для температуры ЧЭ, °C	0.0004

Таким образом, рассчитанное значение температуры среды составляет -0.061 °C при характерном времени определения температуры с помощью стационарного метода, равном 3-6 мин. Данное время определяется суммарным временим достижения стационарных значений температур.

Далее величина измерительного тока переключалась между значениями I_1 и I_2 с периодом $2M = 120h$= 72с. По выборке, длиной в один период изменения тока возбуждения (N = 120 отсчетов), оценивались коэффициенты дискретной модели (6) при μ = 1, 2,...10, после чего находилась оценка температуры среды $\hat{T}_m$ по формуле (7). Равенство периода возбуждения длине выборке установлено на основе результатов численного моделирования, приведенного выше, согласно которому ошибка оценки температуры зависит от периода изменения мощности тепловыделений на ЧЭ ТС и стремится к минимальному значению при приближении данного периода к интервалу времени выборки значений температуры ЧЭ, по которым осуществляется идентификация дискретной модели. Считая, что найденное с помощью стационарного метода значение температуры среды T_m по формуле (9) является абсолютно точным, можно определить относительную ошибку оценки температуры среды $\hat{T}_m$:

$$d\hat{T}_m = \frac{\hat{T}_m - T_m}{\Delta T},$$

где ΔT – величина самонагрева ЧЭ при токе I_1, определяемая по формуле (9). В эксперименте величина СКО значений измеряемой температуры ЧЭ составила 2% от величины самонагрева ЧЭ.

Результаты натурного эксперимента показали, что при том же СКО значений измеряемой температуры ЧЭ, что и в численном эксперименте, использование модели первого порядка приводит к 30% компенсации самонагрева. Повышение порядка модели μ до десятой степени увеличивает точность компенсации до 60%. При этом время, в течение которого температура среды должна оставаться постоянной, составляет 1,2 мин, что в несколько раз меньше времени, необходимого для оценки температуры среды с помощью стационарного метода (3-6 мин).

Заключение

На основе анализа дискретной модели теплообмена между термопреобразователем сопротивления и средой, учитывающей влияние внутреннего источника теплоты датчика, получен нестационарный метод компенсации самонагрева чувствительного элемента контактных датчиков температуры. Данный метод основан на предварительной оценке параметров дискретной модели с помощью МНК на основе измерения температуры чувствительного элемента при модуляции мощности тепловыделений на нем. Точность компенсации зависит от порядка дискретной модели, периода изменения мощности тепловыделений на ЧЭ и от СКО результатов измерения температуры ЧЭ. При приближении периода мощности тепловыделений к интервалу времени выборки значений температуры ЧЭ, по которым осуществляется оценка параметров дискретной модели, точность компенсации возрастает. Точность компенсации также возрастает при уменьшении СКО результатов измерения температуры ЧЭ и при увеличении порядка дискретной модели ТС.

В настоящее время метод совершенствуется, тем не менее, уже сейчас представляется очевидным одно из достоинств изложенного метода – сокращение суммарного времени компенсации самонагрева ЧЭ. По результатам натурного эксперимента время компенсации может быть уменьшено в несколько раз. В том случае, если температура среды не является постоянной, а медленно изменяется во времени, время компенсации начинает играть существенную роль.

С другой стороны, в отличие от известных стационарных методов компенсации самонагрева, предложенный метод нечувствителен в некоторых пределах к нестационарности температуры ЧЭ, вызванной скачкообразным изменением температуры среды, например, при начальном погружении ТС в среду с постоянной, но уже другой, температурой. Это легко понять, рассмотрев дискретную модель (4). После погружения ТС в среду с постоянной температурой через μ отсчетов изменение температуры ЧЭ ТС будет описываться дискретной моделью (6), а еще через N отсчетов, требуемых для вычисления оценок коэффициентов модели, можно получить первую оценку истинного значения температуры среды, несмотря на то, что температура ЧЭ продолжает изменяться.

Список литературы:

1. Геращенко О.А. Температурные измерения. / О.А. Геращенко, А.Н. Гордов, Н.А. Ярышев и др. -Киев: Наук. думка. 1989. 704 С.

2. Bureau International Des Poids et Mesures. Supplementary Information for the International Temperature Scale of 1990. P. 185.

3. Tavener J. P. Common Errors in Industrial Temperature Measurement / J. P. Tavener // Isotech Journal of Thermometry. 1992. V 3. No. 1. P 5-28.

4. Гуреев В.В. Метод автоматического распознавания оптимальных условий калибровки платиновых термометров сопротивления / В.В. Гуреев // Приборы. 2007. № 7 С. 47-52.

5.Садомцев Ю.В. Модели систем автоматического управления. Дискретные системы / Ю.В. Садомцев -Саратов : Изд-во Сарат. техн. ун-та, 1998. 100 С.

6. Вучков И.Н. Прикладной линейный регрессионный анализ / И.Н. Вучков, Л.Н. Бояджиева, Е.Б. Солаков -М.: Финансы и статистика. 1987. 239 С.

7. Kulesza W.J. An In-Situ Real-Time Impulse Response Auto Test of Resistance Temperature Sensors / W.J. Kulesza, A. Hultgren etc. // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2001. V.50, No. 6. P. 1625-1629.

8. Сайт ООО НПП «Элемер» [Электронный ресурс]. – М. 2011. Режим доступа: http://elemer.ru/, свободный. – Загл. с экрана.

Гуреев Владимир Валерьевич-

ведущий инженер ООО НПП «Элемер» (г. Зеленоград),

кандидат технических наук, доцент кафедры «Техническая кибернетика и информатика» Саратовского государственного технического университета. г. Саратов

тел. +7 927 220 49 46

e-mail: gureevvvv@mail.ru

Русанов Сергей Гаврилович-

технический директор ООО СЦ «Элемер-С» (Региональный сервисный центр ООО НПП «Элемер», г. Саратов)

тел. +7 (8452) 45-96-97

e-mail: elemer@renet.ru.