

**Н.П. Мусеева**

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ТСП В УЗКИХ ДИАПАЗОНАХ ТЕМПЕРАТУР**

### **Введение**

Согласно теории, зависимость электрического сопротивления платины от температуры в диапазоне температур выше 0 °С может с хорошей точностью быть описана с помощью полинома второй степени. Для уточнения зависимости необходимо учитывать некоторые сложные процессы в платине, что приводит к добавлению к квадратичному полиному членов высших порядков. Международная температурная шкала МТШ-90 установила в качестве стандартной зависимости относительного сопротивления эталонного платинового термометра от температуры  $W_{\text{ref}}(T)$  в диапазоне от -13,8 до 1234,93 К полином девятой степени. Индивидуальные функции для эталонных платиновых термометров сопротивления (ПТС) определяются как сумма  $W_{\text{ref}}(T)$  и функции отклонения  $\Delta W(T)$ , рассчитанной по результатам градуировки термометра в реперных точках. Одной из самых важных характеристик ПТС, от которых зависят значения функции отклонения, является чистота платиновой проволоки чувствительного элемента термометра. Ограничение на чистоту платины было установлено в шкале МТШ-90 с помощью критерия  $W(\text{Ga})$  – отношения сопротивления термометра в точке плавления галлия к сопротивлению в тройной точке воды:  $W(\text{Ga}) \geq 1.11807$ .

Рабочие термометры сопротивления (ТСП) уступают по точности эталонным термометрам. Поэтому требования к чистоте платины для них ниже, кроме того, методы их калибровки должны быть дешевле, методы интерполяции проще. Обычно, для платины определенной чистоты, показателем которой служит отношение  $W(100) = R(100)/R(0)$ , стандартами устанавливается одна стандартная таблица относительных сопротивлений (или просто сопротивлений, если задано определенное номинальное  $R(0)$ ). Функция для расчета стандартной таблицы, как правило, определяется на основе обобщения экспериментальных данных градуировки термометров. Так, для ТСП с показателем  $W(100) = 1.385$  международным стандартом МЭК 751 была принята функция Каллендара Ван Дюзена (CVD), которая в

диапазоне выше 0 °С представляет собой полином второй степени, и коэффициенты которой были определены экспериментально в работе [1]. Коэффициенты и стандартные таблицы для ТСП с  $W(100)=1.391$  были установлены в ГОСТ 6651 и в рекомендации МОЗМ R84. В японском промышленном стандарте (JIS) на основе данных работы [2] принят полином четвертой степени для ТСП типа JPt-100 с  $W(100)=1.392$ . Стандартная функция пятой степени была предложена китайскими специалистами для ТСП, выполненных из проволоки различной чистоты [3]. В данной работе анализируются несколько стандартных функций, полученных различными авторами экспериментально, а также результаты градуировки большой группы ТСП с  $W(100)$  от 1.3798 до 1.3928 во ВНИИМ. Была предпринята попытка установить связь между коэффициентами  $A$ ,  $B$  функции Каллендара в диапазоне 0-650 °С для термометров, изготовленных из платины различной чистоты.

Опыт показывает, что некоторые рабочие ТСП позволяют измерять температуру с точностью, много выше точности установленной стандартами. Для таких термометров стало уже распространенным методом использование методики градуировки МТШ-90, не смотря на не выполнение требования к  $W(Ga)$ . Однако, как правило, вторичные преобразователи предполагают использование функции Каллендара для индивидуальной градуировки ТСП. В большинстве цифровых преобразователей требуется ввод именно коэффициентов функции Каллендара второй степени для индикации показаний в единицах температуры. В данной работе анализируется погрешность, обусловленная отклонением полинома второй степени от полинома МТШ-90. Был сделан важный вывод о том, что это отклонение не зависит от чистоты платиновой проволоки, а зависит только от температурного диапазона. Этот вывод позволил предложить метод индивидуальной градуировки ТСП с использованием минимального числа градуировочных точек и квадратичной аппроксимации стандартной функции МТШ-90 в узких диапазонах температур.

#### **Анализ соотношения между коэффициентами уравнения Каллендара**

В данной работе использованы данные градуировки более 160 платиновых термометров сопротивления. Некоторые данные взяты из опубликованных статей [1], [2], [3]. Данные градуировки более чем 90

термометров во ВНИИМ им. Д.И. Менделеева также включены в анализируемую совокупность. Большинство термометров имеют  $W(100)$  выше 1,391, чувствительные элементы изготовлены Владимирским и Омским заводами «Эталон». Девять ТСП были по заказу ВНИИМ изготовлены на Владимирском заводе «Эталон» из образцов платиновой проволоки со специально введенными металлическими примесями, так, что  $W(100)$  варьировалось от 1,379 до 1,391. Конструкция этих термометров аналогична ПТС-10. Информация обо всех ТСП, включенных в исследование, представлена в таблице 1.

**ТАБЛИЦА 1. Информация об исследуемых термометрах**

Организация	Тип	Кол-во	Диапазон $W(100)$	Метод градуировки
ВНИИМ	ТСП	90	1.3915 - 1.3924	Реперные точки
ВНИИМ	ПТС	9	1.3798 – 1.3915	Реперные точки
ВНИИМ	ТСП-АМТЕК	5	1.3840 – 1.3860	Реперные точки
ВНИИМ	ПТС, ВТС	10	1.3925 – 1.3927	Реперные точки
IMGC, Италия [1]	ТСП	12	1.3845 – 1.3861	Термостаты
SIPA, Китай [2]	ТСП	35	1.3843 – 1.3858	Термостаты
Общее количество термометров			161	

По результатам градуировки всех термометров, приведенных в таблице, были рассчитаны коэффициенты функции Каллендара  $W(T) = 1 + AT + BT^2$ . На рис.1 представлена полученная зависимость  $B$  от  $A$ .

Точки в центральной части графика представляют результаты, взятые из работ [1], [3]. Черные треугольники, обозначающие данные по 9 специальным термометрам, распределены по графику от низких до высоких значений  $A$ . Крупные кружки, треугольники и квадраты используются для представления коэффициентов стандартных функций. Причем полиномы 4 и 5 степеней из работ [2], [3] были аппроксимированы зависимостями второй степени.

Из графика видно, что разброс данных для ТСП с высоким  $A$  меньше, чем для ТСП с низким  $A$ . Это может быть связано с тем, что ТСП из работ [1] и [3] градуировались в термостатах, тогда как градуировка термометров во ВНИИМ проводилась в реперных точках. Некоторые точки на графике, представляющие данные из [3], лежат много ниже других точек. Исследуя это

явление, мы заметили, что данные результаты относятся к термометрам с пленочным чувствительным элементом.

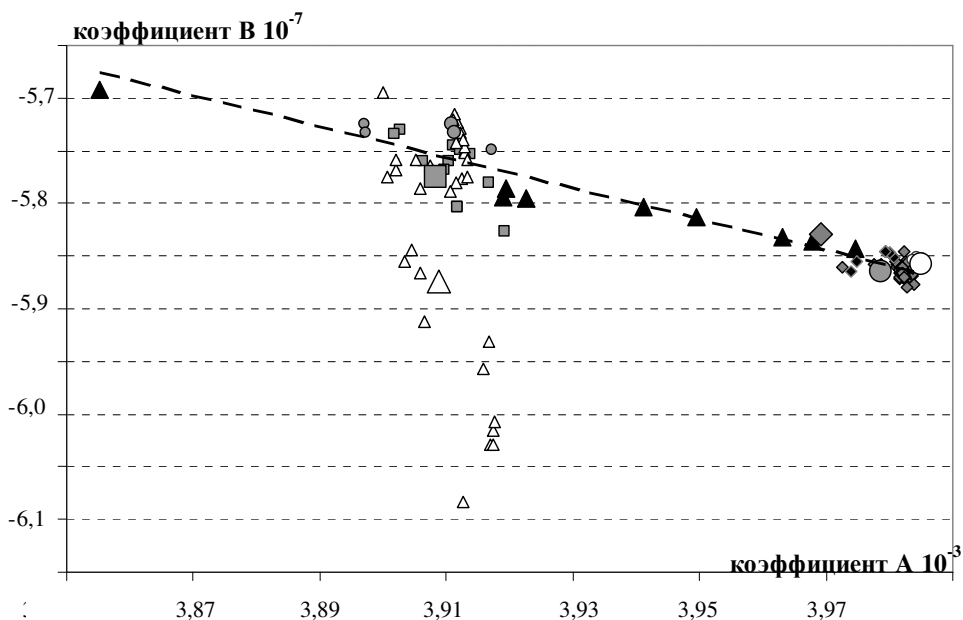


Рис. 1

Возможно, существует какое-то различие между свойствами пленочной и проволочной платины, которое вызывает изменение коэффициентов функции Каллендара. Усреднение данных по всем термометрам в работе [3], привело к получению стандартной зависимости, коэффициенты которой заметно отклоняются от коэффициентов других стандартных функций. По всем результатам, исключая пленочные термометры и эталонные ПТС, была построена аппроксимирующая прямая методом наименьших квадратов. Прямая соответствует соотношению коэффициентов  $B/A = -1.4678 \times 10^{-4}$ . Данные для наиболее стабильных ТСП хорошо согласуются с полученной прямой. Максимальные значения отклонения от прямой для ТСП с низким  $A$  меньше  $5,5 \times 10^{-9}$ , для ТСП с высоким  $A$  отклонения не превышают  $2 \times 10^{-9}$ . Погрешность определения коэффициентов зависит от погрешности градуировки и нестабильности термометров. Расчеты с применением закона распространения погрешностей показывают, что в том случае, если погрешность градуировочных значений  $W(T)$  (включающая нестабильность и гистерезис) равна  $\pm 0,05$  °С, погрешность  $B$  будет составлять  $5.7 \times 10^{-9}$ , что находится в пределах отклонения экспериментальных данных от

аппроксимирующей прямой на рис.1. Как известно, для ТСП класса «А» допустимая погрешность в 0 °С составляет  $\pm 0,15$  °С.

Таким образом, зависимость  $B(A)$ , полученная в данной работе, может быть использована для теоретического определения квадратичных стандартных функций термометров с различными показателями  $W(100)$ . Расхождение между коэффициентами В стандартных функций ITS-90, IEC-751, JPt-100, GOST-6651 и расчетными коэффициентами составляют соответственно:  $1.37 \times 10^{-9}$ ,  $-2.11 \times 10^{-9}$ ,  $-0.68 \times 10^{-9}$ ,  $1.43 \times 10^{-9}$ . Наиболее близка к расчетной функция JPt-100.

Постоянная величина  $B/A$  на самом деле означает, что для получения интерполяционной зависимости для ТСП можно применить линейную функцию отклонения от стандартной квадратичной зависимости. Мы можем использовать, например, в качестве стандартной функции квадратичную аппроксимацию МТШ-90:

$$W_{r90}(T) = 1 + A_{90} T + B_{90} T^2 \quad (1)$$

где, для диапазона 0-420 °С:

$$A_{90} = 3.9856 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \quad B_{90} = -5.8536 \times 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2},$$

Затем рассчитать функцию отклонения:

$$\Delta W(T) = a (W_{r90}(T) - 1), \quad (2)$$

в которой  $a$  может быть получено из градуировки ТСП при одной температуре, например в точке цинка:

$$a = [W(\text{Zn}) - W_{r90}(\text{Zn})] / [W_{r90}(\text{Zn}) - 1]. \quad (3)$$

Тогда для индивидуальной функции ТСП

$$W(T) = 1 + A_1 T + B_1 T^2 \quad (4)$$

$$\text{коэффициенты равны } A_1 = (1 + a) A_{90}; \quad B_1 = (1 + a) B_{90} \quad (5)$$

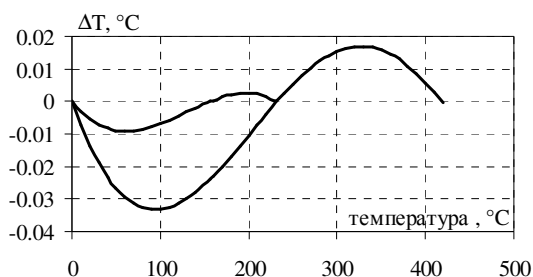
Необходимо отметить, что из (5) следует, что  $B_1/A_1 = B_{90}/A_{90}$ , что и приводит к линейной зависимости  $B(A)$  на рис.1.

Еще одно интересное замечание состоит в том, что линейная функция отклонения – это прямое следствие правила Матиссена, согласно которому удельное сопротивление металлов может быть представлено виде суммы фононной и примесной составляющих. Как известно, уравнение Матиссена хорошо выполняется для платины высокой чистоты при низких температурах.

Чем выше температура и чем больше примесей в платине, тем ниже точность его выполнения. Однако, как можно видеть из вышеприведенного анализа, высокая допустимая погрешность рабочих термометров позволяет пользоваться правилом Матиссена для определения стандартных функций для термометров с низкими  $W(100)$ .

### Отклонение уравнения Каллендара от МТШ-90

Рабочие термометры повышенной точности обычно используются с вторичными преобразователями и индикаторами, требующими ввода индивидуальных коэффициентов зависимости Каллендара. Градуировка таких термометров осуществляется в термостатах методом сличения с эталонным термометром. При этом возникает систематическая погрешность градуировки, связанная с расхождением функции 2 степени, используемой для рабочего термометра, и функции 9 степени МТШ-90, используемой для эталонного термометра. Очевидно, что эта погрешность зависит от температурного диапазона. Для того чтобы выяснить, зависит ли эта систематическая погрешность от чистоты платины, в данной работе мы исследовали отклонение функций Каллендара от МТШ-90 для группы термометров с большим диапазоном значений  $W(100)$ . Среди термометров были три ТСП с  $W(100)$  около 1,392, два ТСП с  $W(100)$  около 1,385, девять термометров, значения  $W(100)$  для которых находились в интервале 1,379 – 1,391 и три эталонных ПТС со значениями  $W(100)$  выше 1,3926. Термометры градуировались в реперных точках МТШ-90: ТТВ, In, Sn, Zn. Кривые отклонения функции Каллендара от МТШ-90 для них оказались очень близкими, так, что их трудно было бы изобразить на одном графике. Чтобы оценить расхождение кривых, мы приводим в таблице 2 значения отклонения кривых в максимумах от кривой, характеризующей отклонение стандартной функции МТШ-90 от ее квадратичной аппроксимации (рис.2).



**Таблица 2. Отклонения кривых расхождения функции Каллендара и МТШ-90 для различных термометров от кривых, представленных на рис.2 в максимумах, мК**

№ терм.	W(100)	0 – 420 °С		0 – 232 °С	
		100	330	60	200
ПТС 4185	1.3927	0.01	0.01	0.03	0.01
ПТС 74	1.3926	0.03	0.02	0.03	0.01
ПТС 012	1.3927	0.05	0.04	0.04	0.01
ТСП В-1	1.3921	0.31	0.31	0.05	0.03
ТСП В-5	1.3920	0.35	0.35	0.10	0.05
ТСП В-9	1.3915	0.33	0.30	0.12	0.04
ТСП В-3	1.3854	1.23	0.80	0.36	0.10
ТСП Л-7	1.3854	0.94	0.59	0.38	0.08
ПТС 1	1.3861	2.04	0.30	0.35	0.09
ПТС 2	1.3865	2.58	0.98	0.36	0.09
ПТС 3	1.3798	0.15	0.26	0.38	0.08
ПТС 4	1.3891	0.18	0.17	0.12	0.03
ПТС 5	1.3909	0.20	0.16	0.10	0.02
ПТС 6	1.3916	0.11	0.09	0.13	0.04
ПТС 7	1.3905	0.25	0.21	0.14	0.03
ПТС 8	1.3883	0.26	0.24	0.16	0.04
ПТС 9	1.3862	0.62	0.53	0.30	0.07

Из таблицы видно, что отклонения для эталонных термометров несколько меньше, чем для термометров с низким  $W(100)$ . Однако эта разница мала и может быть отнесена к разнице в стабильности сопротивления во время градуировки. Таким образом, можно сделать вывод о том, что систематическое отклонение функции Каллендара от МТШ-90 определяется диапазоном температур и не зависит от чистоты платины, по крайней мере, в диапазоне значений  $W(100)$  от 1,380 до 1,3928. Этот вывод очень важен, т.к. он во-первых подтверждает возможность использования уравнений МТШ-90 для градуировки рабочих термометров, во-вторых позволяет предложить методику расчета индивидуальных квадратичных зависимостей ПТС в поддиапазонах температур на основе квадратичной стандартной функции и функции отклонения.

Учитывая, что при температурах ниже 230 °С отклонение квадратичной зависимости от МТШ-90 в максимумах менее 10 мК, можно использовать в качестве стандартной функции для градуировки рабочих термометров квадратичную аппроксимацию полинома МТШ-90. Данная аппроксимирующая

функция будет иметь разные коэффициенты в разных диапазонах температур:

$$0-156 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad A_{90} = 3.9881 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad B_{90} = -5.9827 \times 10^{-7} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-2}, \quad (6)$$

$$0-230 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad A_{90} = 3.9873 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad B_{90} = -5.9300 \times 10^{-7} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-2}. \quad (7)$$

Формулы для расчета коэффициентов индивидуальной интерполяционной зависимости  $W(T) = 1 + A_u T + B_u T^2$  по одной градуировочной точке аналогичны формулам (2 - 5)

$$A_u = (1 + a) A_{90}; \quad B_u = (1 + a) B_{90} \quad (8)$$

$$a = [W(T_e) - W_{90}(T_e)]/[W_{90}(T_e) - 1] \quad (9)$$

где:

$W(T_e)$  – результат градуировки термометра в точке  $T_e$

$W(T_e) = R(T_e)/R(0)$ ;

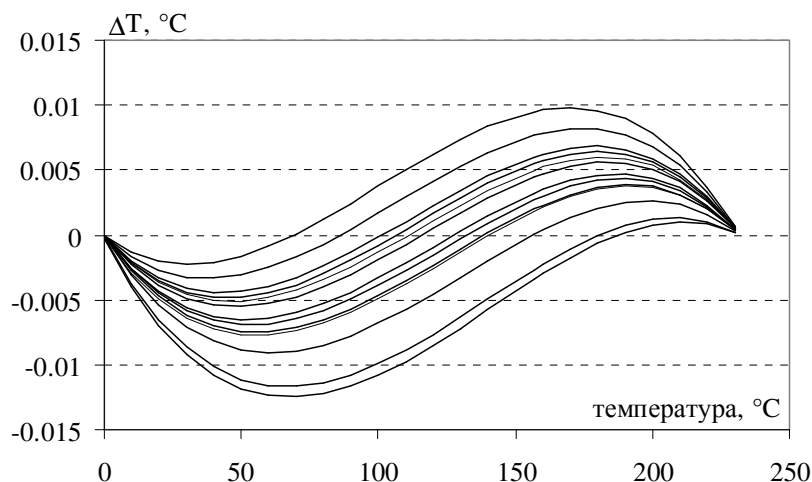
$W_{90}(T_e)$  – значение стандартной функции при температуре  $T_e$ :  $W_{90}(T_e) = 1 + A_{90} T_e + B_{90} T_e^2$

Еще раз необходимо отметить, что значения  $A_{90}$ ;  $B_{90}$  – разные для разных поддиапазонов (см. (6), (7)). Метод тем точнее, чем уже диапазон температур.

Для исследования точности описанного выше метода, мы провели градуировку 10 термометров с разным  $W(100)$  в диапазоне 0-230  $^{\circ}\text{C}$  и рассчитали отклонение функции, полученной по формулам МТШ-90 от функции, полученной по формулам (8) и (9) с использованием коэффициентов стандартной функции (7). Отклонение представлено графически на рис.3.

Фактически, разброс кривых характеризует погрешность, возникающую из-за применения линейной функции отклонения вместо квадратичной, предусмотренной в положении о МТШ-90 для данного диапазона. Суммарная погрешность метода, определенная как отклонение температур от МТШ-90, согласно представленному графику, находится в пределах  $\pm 0,015 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , что приемлемо для градуировки большинства рабочих платиновых термометров повышенной точности.





**Рис. 3**

### **Заключение**

В работе показано, что нормативные функции для расчета температуры по показаниям рабочих платиновых термометров сопротивления с различным показателем чистоты платины могут быть разработаны на основе отношения  $V/A$ , рассчитанного из квадратичной аппроксимации стандартной функции МТШ-90 и постоянного для данного диапазона. На основании анализа градуировок платиновых термометров с показателем  $W(100)$  от 1,379 до 1,326 доказана возможность использования формул МТШ-90 для определения интерполяционных зависимостей ТСП. Предложен упрощенный метод индивидуальной градуировки рабочих термометров повышенной точности с использованием аппроксимации МТШ-90 требующий использования лишь одной реперной точки кроме 0 °С.

### **Литература**

1. Crovini, L., Actis, A., Coggiola, G., and Mangano, A., "Precision Calibration of Industrial Platinum Resistance Thermometers," in *Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry*, Vol. 6, edited by J. F. Schooley, AIP, New York, 1992, pp. 1077-1082.

2. Sakurai, H., Mizuma, Y., Hamada, T., and Suyama, Y., "Reference Functions for JPt100 Thermometers based on the ITS-90," *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers* **32**, 1139-1144 (1996).
3. Jipie, Z., Kai, F., Shuyuan, W., and Quanfa, Y.. "Investigation on the R-T Relationship above 0°C and the Stability of Industrial Platinum Resistance Thermometers", in *Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry*, Vol. 6, edited by J. F. Schooley, AIP, New York, 1992, pp. 433-438.